

Proprietà dell'algebra dei limiti

Ipotesi: $\lim_{x \rightarrow c} f_1(x) = l_1$; $\lim_{x \rightarrow c} f_2(x) = l_2$

l_1	l_2	$\lim_{x \rightarrow c} [f_1(x) + f_2(x)]$
$\in \mathbb{R}$	$\in \mathbb{R}$	$l_1 + l_2$
$\in \mathbb{R}$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$+\infty$	$-\infty$?
\nexists	$\in \mathbb{R}$	\nexists
f_1 limitata	$\pm\infty$	$\pm\infty$
\nexists	\nexists	?

l_1	l_2	$\lim_{x \rightarrow c} [f_1(x) \cdot f_2(x)]$
$\in \mathbb{R}$	$\in \mathbb{R}$	$l_1 \cdot l_2$
> 0	$\pm\infty$	$\pm\infty$
< 0	$\pm\infty$	$\mp\infty$
\nexists	$\neq 0$	\nexists
f_1 limitata	0	0
\nexists	\nexists	?
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$
0	$\pm\infty$?

l_1	l_2	$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$
$\in \mathbb{R}$	$\neq 0$	$\frac{l_1}{l_2}$
> 0	0^\pm	$\pm\infty$
< 0	0^\pm	$\mp\infty$
$> 0 \vee 0^+$	$\pm\infty$	0^\pm
$< 0 \vee 0^-$	$\pm\infty$	0^\mp
f_1 limitata	$\pm\infty$	0
\nexists	\nexists	?
0	0	?
$\pm\infty$	$\pm\infty$?

Limiti delle funzioni composte

Teorema (sul cambiamento di variabile nei limiti)

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad \lim_{x \rightarrow c} g(x) = m \quad \wedge \quad \lim_{z \rightarrow m} f(z) = l \\ (2) \quad \exists I(c) (x \in I(c) \cap \text{dom}(g)_c \Rightarrow g(x) \neq m) \end{array} \right. \implies \lim_{x \rightarrow c} f(g(x)) = \lim_{z \rightarrow m} f(z) = l$$

Se $f(z)$ è continua per $z = m$ oppure $m \notin \text{dom}(f)$ (p.es. $m = \pm\infty$), l'ipotesi (2) non è necessaria.

Casi frequenti di indeterminazione

Forme frequenti di indeterminazione, ricavabili dalle tabelle in alto, sono:

$$[+\infty - \infty] \quad [0 \cdot (\pm\infty)] \quad \left[\frac{0}{0} \right] \quad \left[\frac{\pm\infty}{\pm\infty} \right]$$

Altre forme di indeterminazione, ricollegabili alle suddette, sono: $[0^0]$ $[(\pm\infty)^0]$ $[1^{(\pm\infty)}]$