Indice

Argomenti di livello avanzato

Attività di laboratorio

Introduzione

I concetti basilari espressi in questo libro sono sistematicamente presentati come enunciati (espressioni formali valutabili come vere o false), classificati nelle seguenti categorie:

Proprietà	enunciati verificabili tramite una dimostrazione formale.
Teoremi	proprietà di particolare rilevanza o generalità.
Princìpi	enunciati la cui verità è in qualche modo evidente; pertanto non richiedono dimostrazioni.
Leggi fisiche	enunciati verificati da una dimostrazione sperimentale (vedi "metodo scientifico").
Definizioni	accordi formali specifici e non ambigui; generalmente non richiedono alcuna dimostrazione.
Regole	enunciati costituiti da sequenze finite di istruzioni, programmate per il raggiungimento di un determinato risultato; possono richiedere dimostrazioni che giustifichino determinate sequenze.

Molte proprietà sono dimostrate in dettaglio. Alcuni risultati (pochi in realtà) sono forniti senza dimostrazione, o perché si dimostrano facilmente oppure perché richiedono conoscenze che vanno oltre i contenuti previsti.

Nel primo capitolo sono introdotti i concetti generali della fisica e sviluppate le nozioni basilari sull'analisi degli errori nelle misure sperimentali.

Nei capitoli dal secondo al quarto vengono trattate le principali branche della Meccanica, nell'ordine: Statica, Cinematica e Dinamica.

Il quinto ed il sesto capitolo contengono rispettivamente gli "strumenti matematici e informatici", spesso richiamati nelle pagine precedenti, presentati come necessario supporto formale alla fisica.

Il settimo capitolo contiene approfondimenti su argomenti che, a livello di scuola secondaria, potrebbero interessare alunni particolarmente curiosi o docenti intenzionati a proporre attività di potenziamento.

L'ottavo, breve, capitolo conclude il testo con una raccolta di formulari e risultati di notevole interesse scientifico.

Al termine di molte sezioni sono proposti dei problemi o delle schede di laboratorio, quasi sempre con dati da scegliere a piacere, seguiti da soluzioni esplicative. Sia i problemi che le schede sono impostati in modo da risultare significativi per il tema trattato.

Nella risoluzione dei problemi è stato utilizzato il seguente schema concettuale.

(1) Schema grafico del sistema fisico.
(2) Dati e incognite.
(3) Impostazione delle equazioni.
(4) Risoluzione delle equazioni.

I dettagli sono riportati nella seguente tabella.

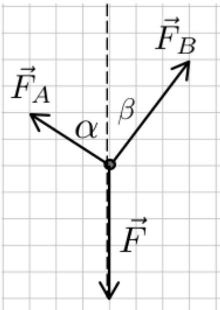
(1) Rappresentare con uno schema grafico, semplice ma esauriente, il sistema fisico descritto dal problema.	Nello schema grafico riportare **le lettere** scelte per tutte le grandezze coinvolte nel problema, **non i valori numerici**.
(2) Riportare in una tabella le grandezze coinvolte nel problema, **le stesse riportate nello schema del punto (1)**, più eventualmente altre.	Utilizzare le stesse lettere riportate nello schema, specificando i valori numerici noti (possibilmente nel SI) ed indicando con ? quelli incogniti.
(3) Iniziare lo svolgimento scrivendo le appropriate leggi fisiche (o proprietà o definizioni) che contengano le grandezze scelte (note e incognite), **le stesse riportate nella tabella del punto (2)**, più eventualmente altre.	Le relazioni scritte diventeranno equazioni da risolvere; il problema fisico deve essere tradotto in un problema matematico.
(4) Risolvere le equazioni e riportare le soluzioni alla fine con le corrette unità di misura (queste si possono omettere nei passaggi intermedi).	Le equazioni vanno risolte possibilmente **in forma letterale** con le sostituzioni numeriche eseguite il meno possibile, idealmente solo alla fine.

La procedura descritta è ovviamente flessibile, ad esempio durante l'esecuzione dei punti (3) e (4) può essere utile ritornare ai punti (1) o (2) per aggiungere/cancellare/modificare dati o rappresentazioni grafiche.

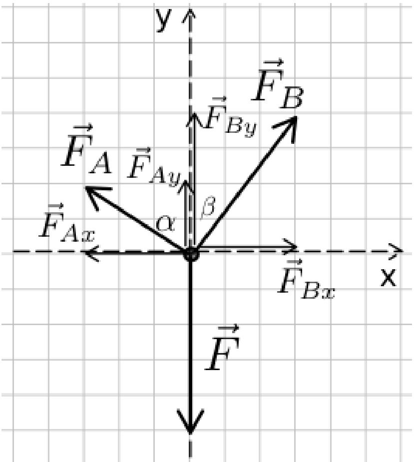
PROBLEMI

2.3.1

Ad un punto materiale in equilibrio sono applicate le forze $\vec{F}$, $\vec{F}_A$ ed $\vec{F}_B$. Scegliere a piacere i moduli delle forze e calcolare gli angoli α e β che formano rispettivamente $\vec{F}_A$ ed $\vec{F}_B$ rispetto alla retta d'azione di $\vec{F}$.



Soluzione



$F = 6$ N
$F_A = 4$ N
$F_B = 5$ N
$\alpha = ?$
$\beta = ?$

Applichiamo la condizione di equilibrio del punto materiale (Legge 2.10)
$\vec{F} + \vec{F}_A + \vec{F}_B = 0$

Si tratta di una equazione vettoriale che, utilizzando la rappresentazione cartesiana dei vettori nel riferimento rappresentato in figura, si traduce in due equazioni scalari corrispondenti alle due componenti caresiane x e y dei vettori.

componenti x : $F_x + F_{Ax} + F_{Bx} = 0$
componenti y : $F_y + F_{Ay} + F_{By} = 0$
ovvero
comp. x : $0 - F_A \sin\alpha + F_B \sin\beta = 0$
comp. y : $-F + F_A \cos\alpha + F_B \cos\beta = 0$

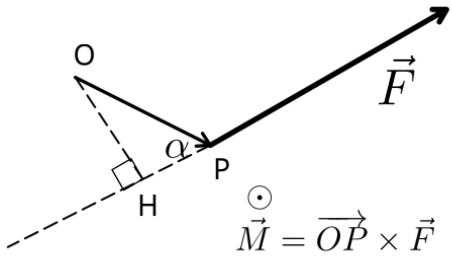
Le ultime due equazioni costituiscono un sistema di due equazioni nelle due incognite α e β, che può essere risolto con opportune sostituzioni. Iniziamo spostando a destra tutti i termini che non contengono l'incognita β

$F_B \sin\beta = F_A \sin\alpha$ (*)
$F_B \cos\beta = F - F_A \cos\alpha$

Ora eleviamo al quadrato entrambi i membri nelle due equazioni.

2.4 Il momento di una forza

<u>Definizione</u> 2.7 (momento di una forza) *Data una forza $\vec{F}$ applicata nel punto P e dato un punto O, detto "polo", di definisce "momento di $\vec{F}$ rispetto ad O" la grandezza fisica vettoriale $\vec{M} = \overrightarrow{OP} \times \vec{F}$.*



Se $\overline{OH}$ è la distanza di O dalla retta d'azione di $\vec{F}$, detta **braccio della forza**, *allora il modulo del momento si può scrivere come:*
$M = \overline{OP} \cdot F \cdot \sin\alpha = \overline{OH} \cdot F$

Se $\overrightarrow{OP}$ ed $\vec{F}$ sono nel piano del foglio allora il momento $\vec{M}$ sarà perpendicolare al foglio, entrante od uscente a seconda dei casi; nell'esempio in figura $\vec{M} = \overrightarrow{OP} \times \vec{F}$ risulta uscente (vedi la "regola della mano destra" nel prodotto vettoriale (Def. 5.26)).

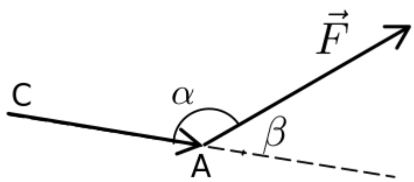
PROBLEMI

2.4.1

Data una forza $\vec{F} = \vec{AB}$, considerare un punto C tale che il segmento CA formi un angolo α con AB. Scegliere a piacere i valori di F, $\overline{CA}$ ed α. Determinare il momento $\vec{M}$ di $\vec{F}$ rispetto a C.

Soluzione

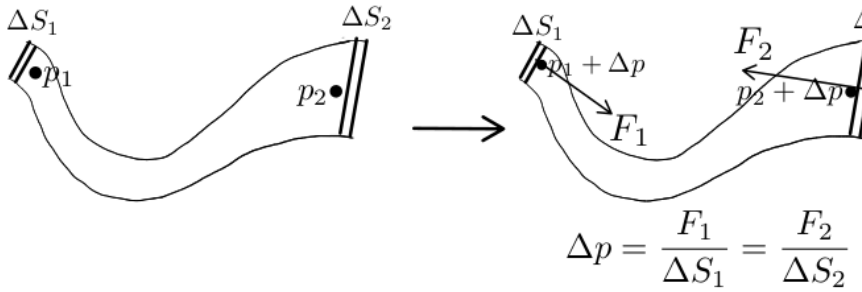
Versione 1



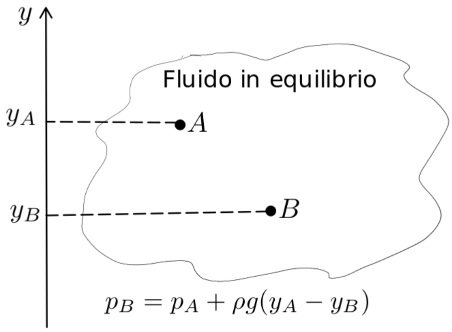
$F = 5$ N
$\overline{CA} = 2$ m
$\alpha = 140°$
$\vec{M} = ?$

Per la regola della mano destra (Definizione 5.26) il momento $\vec{M} = \vec{CA} \times \vec{F}$ è un vettore uscente $\odot$. Inoltre, poichè l'angolo compreso tra $\vec{CA}$ ed $\vec{F}$ è $\beta = 180° - \alpha = 40°$, $M = \overline{CA} F \sin\beta = 2 \cdot 5 \cdot \sin 40° = 6.43$ N·m

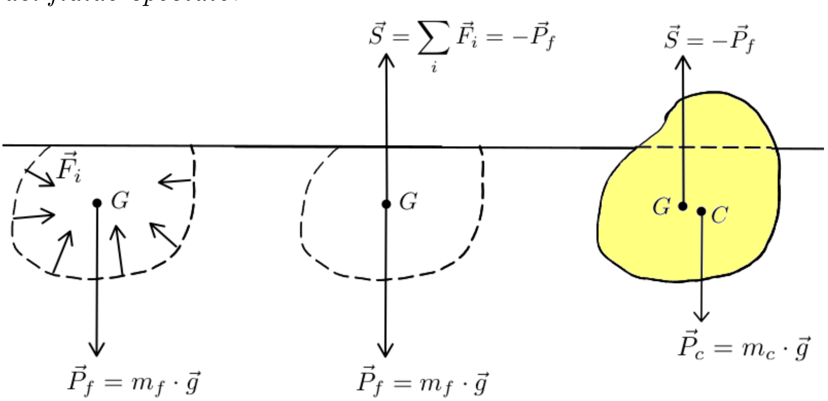
Legge fisica 2.12 (legge di Pascal) *La variazione di pressione prodotta in un punto all'interno di un fluido in equilibrio si trasmette inalterata in tutti gli altri punti del fluido.*



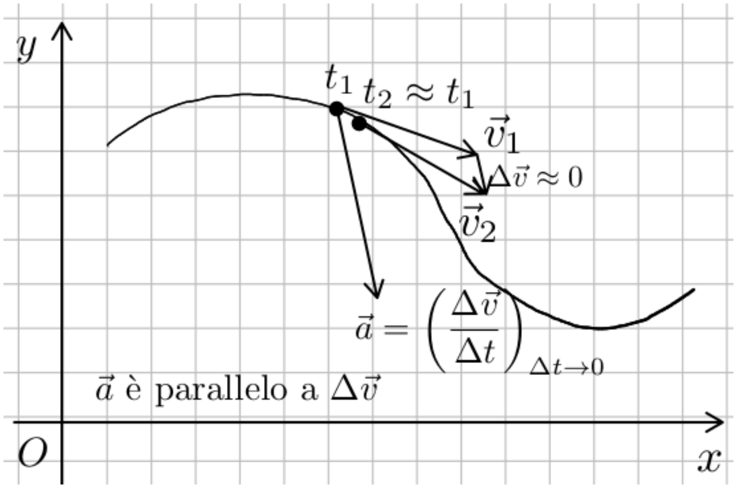
Legge fisica 2.13 (legge di Stevino) *Le pressioni in due punti A e B all'interno di un fluido in equilibrio, sottoposto all'azione della forza peso, sono tali che $p_B = p_A + \rho g(y_A - y_B)$, dove ρ è la densità del fluido, g è l'accelerazione di gravità e y_A, y_B sono le coordinate dei punti A e B in un riferimento verticale orientato verso l'alto.*



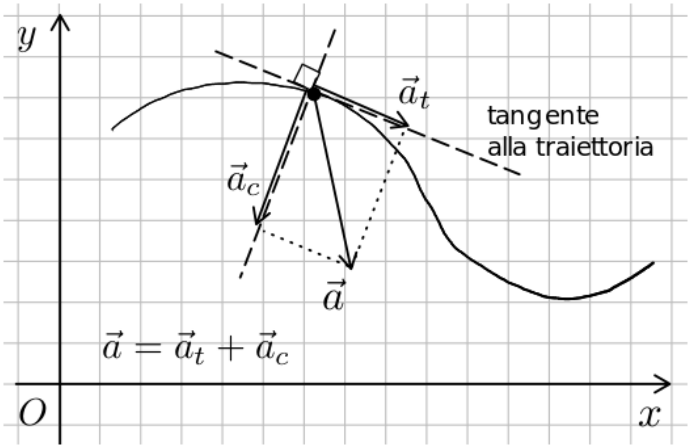
Legge fisica 2.14 (legge di Archimede) *Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l'alto di intensità uguale al peso del fluido spostato.*



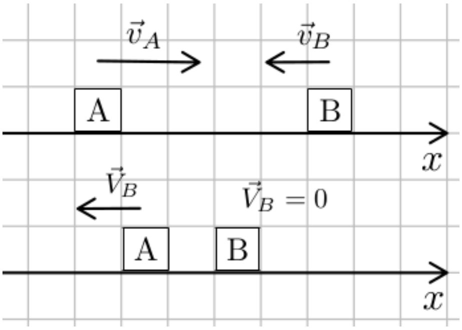
$$\vec{a} = \left(\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right)_{\Delta t \to 0} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$



__Definizione__ **3.16 (componenti dell'accelerazione)** *L'accelerazione istantanea $\vec{a}$ di un oggetto, in un piano cartesiano, si può scomporre in una componente $\vec{a}_t$ tangente alla traiettoria, detta "componente tangenziale", ed in una componente normale alla tangente $\vec{a}_c$, detta "componente centripeta".*



$\boxed{\textbf{Proprietà}}$ **3.10 (circonferenza osculatrice)** *È possibile approssimare un piccolo tratto, intorno ad un punto P, di una traiettoria non rettilinea con un'unica circonferenza, detta "circonferenza osculatrice", avente il raggio per P perpendicolare alla tangente alla traiettoria per P; in altri termini, la circonferenza osculatrice è la circonferenza passante per tre punti molto vicini a P.*



$m_A = 2$ kg,
$v_A = 0.6$ m/s (comp. x)
$m_B = 3$ kg, $V_B = 0$ m/s
$v_B =?$ (comp. x)
$V_A =?$ (comp. x)

In riferimento allo schema riportato in figura, utilizziamo le relazioni note nel caso di urto elastico centrale normale.

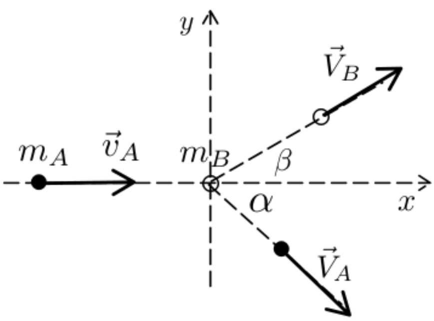
$$V_A = \frac{(m_A - m_B)v_A + 2m_B v_B}{m_1 + m_2}; \qquad V_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

dove, ribadiamo, le velocità rappresentano le componenti cartesiane lungo l'asse x.

4.4.9

Su un piano orizzontale liscio un oggetto di massa $m_A = ...$ che si muove con velocità $v_A = ...$ urta elasticamente un oggetto fermo di massa $m_B = ...$ (diversa da m_A). Dopo l'urto le velocità dei due oggetti V_A e V_B formano rispettivamente gli angoli α e $\beta = ...$ rispetto alla direzione di $\vec{v}_A$. *Calcolare α, V_A e V_B.*

Soluzione



$m_A = 4$ kg, $v_A = 10$ m/s
$m_B = 3$ kg, $\beta = 20°$
$\alpha =? \quad V_A =? \quad V_B =?$

Si tratta di un urto elastico tra due oggetti, che per semplicità consideriamo puntiformi, di cui uno inizialmente fermo. Possiamo quindi utilizzare i noti risultati forniti dalle equazioni (4.14)

Poniamo $r = m_B/m_A = 3/4 = 0.75$ e, per prima cosa, ricaviamo V_B.

$$V_B = \frac{2v_A}{r+1}\cos\beta = \frac{2 \cdot 10}{0.75 + 1}\cos 20° = 10.739 \text{ m/s}$$

Tramite V_B e β ricaviamo V_A.

$$V_A = \sqrt{v_A^2 - rV_B^2} = \sqrt{10^2 - 0.75 \cdot 10.739^2} = 3.675 \text{ m/s}$$

Infine, tramite V_A, V_B e β, ricaviamo α.

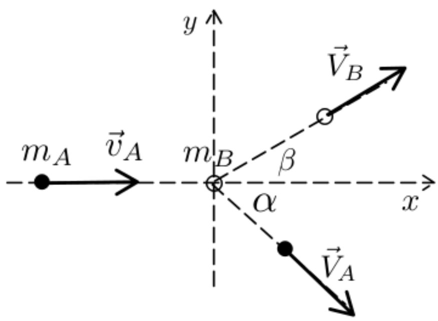
$$\cos\alpha = \frac{v_A - rV_B\cos\beta}{V_A} = 0.6616 \Rightarrow \quad \alpha = \cos^{-1} 0.6616 = 48.58°$$

4.4.10

Su un piano orizzontale liscio un oggetto di massa $m_A = ...$ che si muove con velocità $v_A = ...$ urta elasticamente un oggetto fermo di massa $m_B = ...$ (diversa da m_A). Dopo l'urto le velocità dei due oggetti V_A e V_B formano rispettivamente gli angoli $\alpha = \ldots$ e β rispetto alla direzione di $\vec{v}_A$. *Calcolare* β, V_A *e* V_B.

Rappresentare graficamente l'urto proposto considerando gli oggetti di forma sferica, entrambi di raggio $R = \ldots$, e determinare il parametro d'urto che produrrebbe i valori calcolati degli angoli α e β.

Soluzione



$m_A = 4$ kg, $v_A = 10$ m/s
$m_B = 3$ kg, $\alpha = 37°$
$\beta = ?\quad V_A = ?\quad V_B = ?$

Si tratta di un urto elastico tra due oggetti, che per il momento consideriamo puntiformi, di cui uno inizialmente fermo. Possiamo quindi utilizzare i noti risultati forniti dalle equazioni (4.15)

Poniamo $r = m_B/m_A = 3/4 = 0.75$ e, per prima cosa, ricaviamo V_A.

$$V_A = v_A \frac{\cos\alpha \pm \sqrt{r^2 - \sin^2\alpha}}{r+1} = 10\frac{\cos 37° \pm \sqrt{0.75^2 - \sin^2 37°}}{0.75+1}$$

Con i due segni + e − otteniamo rispettivamente:

$$V_A^+ = 7.1212 \text{ m/s}, \; V_A^- = 2.006 \text{ m/s}$$

Tramite $V_A^\pm$ e α ricaviamo $V_B^\pm = \sqrt{\dfrac{v_A^2 - (V_A^\pm)^2}{r}}$, ovvero:

$$V_B^+ = 8.1067 \text{ m/s}, \; V_B^- = 11.3123 \text{ m/s}$$

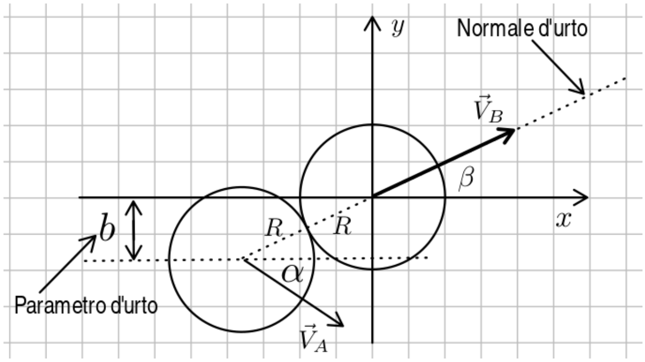
Infine, tramite $V_A^\pm$, $V_B^\pm$ e α, ricaviamo $\beta^\pm = \cos^{-1}\left(\dfrac{v_A - V_A^\pm \cos\alpha}{rV_B^\pm}\right)$, ovvero:

$$\beta^+ = 44.819°, \qquad \beta^- = 8.1809°$$

Considerando gli oggetti di forma sferica, entrambi di raggio $R = 1$ m, in riferimento allo schema in figura, il parametro d'urto si può calcolare come:

$$b = 2R\sin\beta$$

Questo perchè, essendo la sfera di massa m_B inizialmente ferma, la sua velocità dopo l'urto $\vec{V_B}$ sarà parallela alla "normale d'urto" (Def. 4.24).



Come abbiamo visto, nel problema proposto, fissato α esistono due valori distinti di β corrispondenti, entrambi accettabili, che si potranno ottenere con i seguenti valori del parametro d'urto:

$$b^+ = 2R \sin \beta^+ = 1,4097 \text{ m}, \qquad b^- = 2R \sin \beta^- = 0,2846 \text{ m}$$

La schematizzazione dei due casi, ottenuta tramite simulazione numerica, è rappresentata nella figura seguente.