

Indice

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Grandezze fisiche e misure | 5 |
| 1.1 | Concetti generali | 5 |
| 1.2 | Analisi degli errori | 13 |
| 2 | Termodinamica | 19 |
| 2.1 | Termologia | 19 |
| 2.2 | Le leggi dei gas | 30 |
| 2.3 | Trasformazioni termodinamiche | 32 |
| 2.4 | Il primo principio della termodinamica | 33 |
| 2.5 | La teoria cinetica dei gas | 36 |
| 2.6 | Il secondo principio della termodinamica | 47 |
| 2.7 | Entropia | 56 |
| 2.8 | Il terzo principio della termodinamica | 61 |
| 3 | Ottica geometrica | 71 |
| 3.1 | La riflessione della luce | 73 |
| 3.1.1 | Gli specchi piani | 73 |
| 3.1.2 | Gli specchi sferici | 74 |
| 3.2 | La rifrazione della luce | 80 |
| 3.2.1 | I diottri | 82 |
| 3.2.2 | Le lenti | 84 |
| 4 | Strumenti matematici | 93 |
| 4.1 | Algebra | 93 |
| 4.2 | Geometria euclidea nel piano | 98 |
| 4.3 | Geometria analitica nel piano | 99 |
| 4.4 | Coniche | 104 |
| 4.5 | Funzioni esponenziali e logaritmiche | 113 |
| 4.6 | Funzioni goniometriche | 114 |
| 4.7 | Trigonometria | 120 |
| 4.8 | Vettori | 122 |
| 4.8.1 | Rappresentazione cartesiana dei vettori | 124 |
| 4.9 | Disequazioni e studio del segno | 129 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 4.10 | Analisi matematica | 135 |
| 4.10.1 | Limiti | 136 |
| 4.10.2 | Derivate | 144 |
| 4.10.3 | Integrali | 147 |
| 4.10.4 | Equazioni differenziali ordinarie | 156 |
| 4.10.5 | Serie di Taylor | 159 |
| 5 | Strumenti informatici | 161 |
| 5.1 | Gnuplot | 161 |
| 5.1.1 | Grafici di funzioni definite a tratti | 163 |
| 5.1.2 | Grafici di più funzioni nello stesso piano | 163 |
| 5.1.3 | Superfici nello spazio | 164 |
| 5.1.4 | Grafici di dati da file | 165 |
| 5.1.5 | Animazioni | 167 |
| 5.2 | Tracker | 168 |
| 5.2.1 | Utilizzo di base | 168 |
| 6 | Approfondimenti | 175 |
| 6.1 | Gruppi, Campi e Spazi Vettoriali | 175 |
| 6.2 | Funzioni in più variabili | 177 |
| 6.3 | Angolo solido, flusso e teorema di Gauss | 180 |
| 7 | Formulari e dati notevoli | 185 |
| 7.1 | Formule di geometria piana | 185 |
| 7.2 | Formule di algebra | 186 |
| 7.3 | Definizioni e dati di interesse scientifico | 186 |

Argomenti di livello avanzato

| | | |
|---|--|-----|
| 1 | Trasformazioni termodinamiche dei gas (derivate e integrali) . . | 34 |
| 2 | Entropia nel riscaldamento/raffreddamento (calcolo integrale) . | 60 |
| 3 | Variazione dell'entropia (derivate, massimi e minimi) | 65 |
| 4 | Equazioni differenziali ordinarie | 156 |
| 5 | Serie di Taylor | 159 |
| 6 | Gruppi, Campi e Spazi Vettoriali | 175 |
| 7 | Funzioni in più variabili | 177 |
| 8 | Angolo solido, flusso e teorema di Gauss | 180 |

Introduzione

I concetti basilari espressi in questo libro sono sistematicamente presentati come enunciati (espressioni formali valutabili come vere o false), classificati nelle seguenti categorie:

| | |
|----------------------|---|
| Proprietà | enunciati verificabili tramite una dimostrazione formale. |
| Teoremi | proprietà di particolare rilevanza o generalità. |
| Principi | enunciati la cui verità è in qualche modo evidente; pertanto non richiedono dimostrazioni. |
| Leggi fisiche | enunciati verificati da una dimostrazione sperimentale (vedi “metodo scientifico”). |
| Definizioni | accordi formali specifici e non ambigui; generalmente non richiedono alcuna dimostrazione. |
| Regole | enunciati costituiti da sequenze finite di istruzioni, programmate per il raggiungimento di un determinato risultato; possono richiedere dimostrazioni che giustificino determinate sequenze. |

Molte proprietà sono dimostrate in dettaglio. Alcuni risultati (pochi in realtà) sono forniti senza dimostrazione, o perché si dimostrano facilmente oppure perché richiedono conoscenze che vanno oltre i contenuti previsti.

Nel primo capitolo sono introdotti i concetti generali della fisica e sviluppate le nozioni basilari sull’analisi degli errori nelle misure sperimentali.

Il secondo capitolo è dedicato alla Termodinamica, sviluppata seguendo l’usuale scansione degli argomenti proposti nei libri di testo delle scuole secondarie, integrata però da soluzioni o schemi concettuali, insoliti, proposti dall’autore.

Il terzo capitolo tratta l’Ottica geometrica, soffermandosi su: specchi (piani e sferici), diottri e lenti.

Il quarto e il quinto capitolo contengono rispettivamente gli “strumenti matematici e informatici”, spesso richiamati nelle pagine precedenti, presentati come necessario supporto formale alla fisica.

Il sesto capitolo contiene approfondimenti su argomenti che, a livello di scuola secondaria, potrebbero interessare alunni particolarmente curiosi o docenti intenzionati a proporre attività di potenziamento.

Il settimo, breve, capitolo conclude il testo con una raccolta di formulari e risultati di notevole interesse scientifico.

Al termine di molte sezioni sono proposti dei problemi, quasi sempre con dati da scegliere a piacere, seguiti da soluzioni esplicative.

Nella risoluzione dei problemi è stato utilizzato il seguente schema concettuale.

- (1) Schema grafico del sistema fisico.
- (2) Dati e incognite.
- (3) Impostazione delle equazioni.
- (4) Risoluzione delle equazioni.

I dettagli sono riportati nella seguente tabella.

| | |
|---|---|
| (1) Rappresentare con uno schema grafico, semplice ma esauriente, il sistema fisico descritto dal problema. | Nello schema grafico riportare le lettere scelte per tutte le grandezze coinvolte nel problema, non i valori numerici . |
| (2) Riportare in una tabella le grandezze coinvolte nel problema, le stesse riportate nello schema del punto (1) , più eventualmente altre. | Utilizzare le stesse lettere riportate nello schema, specificando i valori numerici noti (possibilmente nel SI) ed indicando con ? quelli incogniti. |
| (3) Iniziare lo svolgimento scrivendo le appropriate leggi fisiche (o proprietà o definizioni) che contengano le grandezze scelte (note e incognite), le stesse riportate nella tabella del punto (2) , più eventualmente altre. | Le relazioni scritte diventeranno equazioni da risolvere; il problema fisico deve essere tradotto in un problema matematico. |
| (4) Risolvere le equazioni e riportare le soluzioni alla fine con le corrette unità di misura (queste si possono omettere nei passaggi intermedi). | Le equazioni vanno risolte possibilmente in forma letterale con le sostituzioni numeriche eseguite il meno possibile, idealmente solo alla fine. |

La procedura descritta è ovviamente flessibile, ad esempio durante l'esecuzione dei punti (3) e (4) può essere utile ritornare ai punti (1) o (2) per aggiungere/cancellare/modificare dati o rappresentazioni grafiche.

Capitolo 2

Termodinamica

Energia disponibile, ecco l'oggetto principale che c'è in gioco nella lotta tra l'esistenza e l'evoluzione del mondo.

Ludwig Eduard Boltzmann
(1844-1906):
fisico, matematico e filosofo.

2.1 Termologia

Definizione 2.1 (sistema termodinamico) *Un sistema termodinamico è un qualunque sistema fisico “macroscopico” ovvero un sistema fisico avente varie possibili strutture interne associabili ad una determinata struttura macroscopica, detta “stato del sistema”, descrivibile attraverso un numero limitato di grandezze fisiche dette “variabili di stato” (che tipicamente sono: pressione, volume, temperatura, energia interna, entropia, ecc.)*

Definizione 2.2 (temperatura) *La temperatura è una grandezza fisica fondamentale che misura lo “stato termico” di un corpo, cioè quella sensazione che gli esseri umani chiamano “caldo” oppure “freddo”.*

In termodinamica è una variabile di stato.

Principio 2.1 (principio zero della termodinamica) *Sistemi interagenti tendono ad assumere la stessa temperatura, condizione detta di “equilibrio termico”; equivalentemente: se un sistema A è in equilibrio termico con un sistema B e questo è in equilibrio termico con un terzo sistema C , allora A è in equilibrio termico con C .*

Definizione 2.3 (unità di misura della temperatura) *Nel sistema SI la temperatura su misura in Kelvin, simbolo K, definita su una scala lineare che assegna il valore 273.15 alla temperatura di una miscela di acqua e ghiaccio in equilibrio termico ed il valore 373.15 alla temperatura di ebollizione dell'acqua a pressione atmosferica.*

Un'altra unità di misura molto comune è il grado Celsius, simbolo °C, definito su una scala lineare che assegna il valore 0 alla temperatura di una miscela di acqua e ghiaccio in equilibrio termico ed il valore 100 alla temperatura di ebollizione dell'acqua a pressione atmosferica.

Se la temperatura è misurata in Kelvin viene anche detta "temperatura assoluta"

Definizione 2.4 (energia interna) *L'energia interna di un sistema termodinamico, indicata generalmente con U , è una variabile di stato che misura la capacità del sistema di produrre cambiamenti sull'ambiente esterno modificando la propria struttura interna.*

In un modello corpuscolare l'energia interna può essere identificata come la somma delle energie cinetiche (misurate rispetto al centro di massa) e delle energie potenziali (delle forze interne) di tutte le particelle che costituiscono il sistema.

Definizione 2.5 (calore) *Il calore è energia interna che viene trasferita da un sistema ad un altro a causa di una differenza di temperatura, ovvero in forma "disordinata".*

Osservazione: Il calore è analogo (omogeneo) al lavoro, con l'unica differenza che quest'ultimo rappresenta energia trasferita da un sistema ad un altro in forma "ordinata".

Definizione 2.6 (unità di misura del calore) .

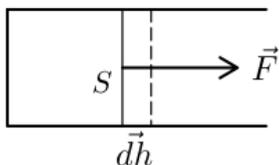
L'unità storica del calore è la "caloria", simbolo "cal", definita come la quantità di calore che bisogna fornire ad un grammo di acqua distillata per aumentare la sua temperatura di un grado centigrado, precisamente da 14.5°C a 15.5°C , alla pressione di 1 atm.

Legge fisica 2.1 (equivalente meccanico della caloria) *James Prescott Joule ha verificato, con la celebre esperienza del "mulinello", che $1\text{ cal} = 4.186\text{ J}$*

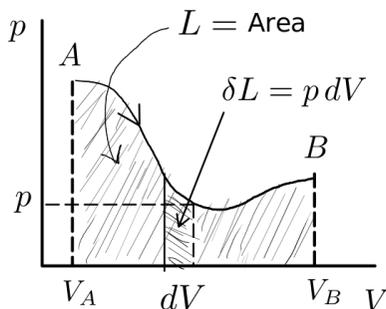
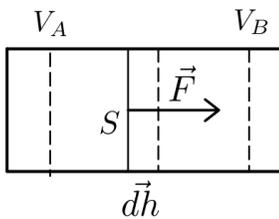
Definizione 2.7 (termologia) *La termologia studia la natura e gli effetti del calore. Ne fanno parte la termometria (misura delle temperature) e la calorimetria (misura delle quantità di calore che intervengono nei fenomeni).*

Proprietà 2.1 (lavoro scambiato da un gas) *Il lavoro scambiato da un gas tramite variazione di volume in una trasformazione reversibile è calcolabile nel piano $p-V$ in valore assoluto come area sottesa al grafico della trasformazione; il segno del lavoro sarà positivo o negativo a seconda che, rispettivamente, la trasformazione si svolga da sinistra a destra o viceversa.*

Dimostrazione. Considerando il gas chiuso in un cilindro tramite un pistone di area S , si ha:



$$\delta L = F dh = \frac{F}{S} S dh = p dV$$



2.4 Il primo principio della termodinamica

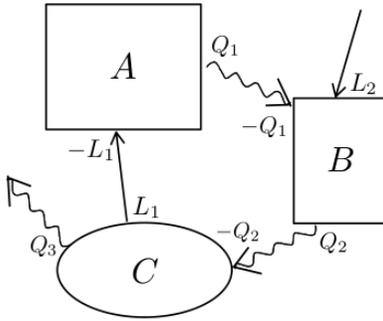
Principio 2.2 (enunciato del primo principio) *La variazione di energia interna di un sistema termodinamico è uguale al calore scambiato meno il lavoro scambiato, formalmente:*

$$\Delta U = Q - L$$

dove, convenzionalmente, il calore Q è positivo se è trasferito “dall’ambiente esterno al sistema” (assorbito), negativo se è trasferito “dal sistema all’ambiente esterno” (ceduto), mentre il lavoro L è positivo se è trasferito “dal sistema sull’ambiente esterno”, negativo se è trasferito “dall’ambiente esterno sul sistema”.

Regola 2.1 (rappresentazione degli scambi di calore e lavoro)

Le lettere che rappresentano il calore o il lavoro scambiati da un sistema saranno indicati vicino al sistema che realizza lo scambio, come schematizzato nell’esempio in figura; ciò riduce l’ambiguità sui segni dei corrispondenti valori numerici.



A, B e C sono sistemi termodinamici.

A scambia: $Q_1 < 0, -L_1 < 0$

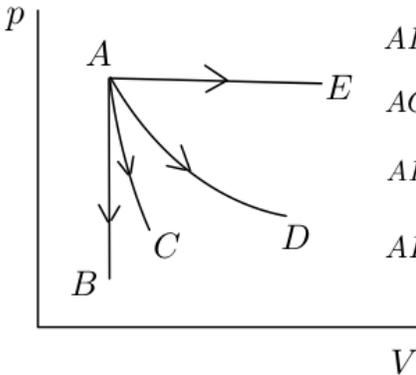
B scambia: $-Q_1 > 0, L_2 < 0, Q_2 < 0$

C scambia: $-Q_2 > 0, L_1 > 0, Q_3 < 0$

Le lettere agli estremi di ogni freccia sono sempre di segno opposto, ergo è possibile sottintenderne una.

Definizione 2.14 (trasformazioni notevoli di un gas) Alcune trasformazioni reversibili notevoli di un gas sono le seguenti.

- Isobara: pressione costante;
- Isocora: volume costante;
- Isoterma: temperatura costante;
- Adiabatica: nessuno scambio di calore.



AB (Isocora): $V = V_A$

AC (Adiabatica): $pV^\gamma = p_A V_A^\gamma$

AD (Isoterma): $p = \frac{nRT}{V}$

AE (Isobara): $p = p_A$

Proprietà 2.2 (caratteristiche delle trasformazioni notevoli) Si dimostrano le seguenti caratteristiche delle trasformazioni notevoli di un gas ideale, da uno stato "i" ad uno stato "f".

| Trasformazione | Equazione | Lavoro | Calore |
|----------------|---|--|--|
| Isobara | $p = \text{costante}$ | $p(V_f - V_i)$ | $nC_p(T_f - T_i)$ |
| Isocora | $V = \text{costante}$ | 0 | $nC_v(T_f - T_i)$ |
| Isoterma | $T = \text{costante}$ | $nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$ | $nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$ |
| Adiabatica | $pV^\gamma = \text{costante}$ $TV^{\gamma-1} = \text{costante}$ $T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{costante}$ | $-nC_v(T_f - T_i)$ | 0 |

dove: $\gamma = C_p/C_v$ è detto **coefficiente di dilatazione adiabatica** o **indice adiabatico** o **rapporto tra i calori specifici**.

Capitolo 3

Ottica geometrica

La luce si propaga tra due punti seguendo il cammino che richiede il minor tempo possibile.

Pierre de Fermat (1601-1665):
matematico e magistrato.

Principio 3.1 (costanza della velocità della luce) *La velocità delle onde elettromagnetiche nel vuoto è costante in tutti i sistemi inerziali. Ciò costituisce uno dei principi della “Relatività Ristretta”.*

Legge fisica 3.1 (modulo della velocità della luce) *Il modulo della velocità della luce nel vuoto vale:*

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

Definizione 3.1 (ottica) *L’ottica è la branca dell’elettromagnetismo che descrive il comportamento e le proprietà della luce e l’interazione di questa con la materia (fotometria).*

Esistono tre branche dell’ottica: l’ottica geometrica, l’ottica fisica e l’ottica quantistica.

Definizione 3.2 (ottica geometrica) *L’ottica geometrica è la più antica branca dell’ottica: essa studia i fenomeni associati alla luce assumendo che questa si propaghi lungo percorsi rettilinei.*

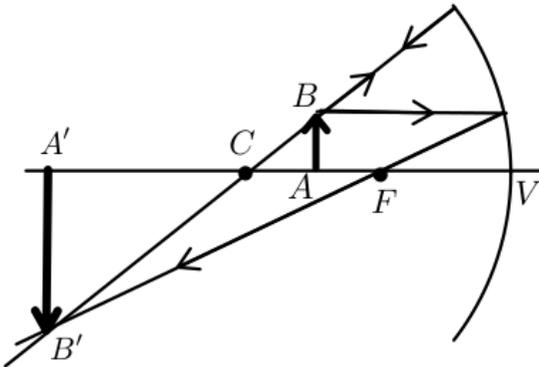
Legge fisica 3.2 (propagazione rettilinea della luce) *Se la luce attraversa mezzi omogenei ed interagisce solo con oggetti di dimensioni molto maggiori della sua lunghezza d’onda, allora essa si propaga con ottima approssimazione lungo linee rette, dette “raggi”.*

Proprietà 3.4 (ingrandimento di uno specchio) *L'ingrandimento di uno specchio sferico si può esprimere come:*

$$G = -\frac{p}{q}$$

dove p e q sono rispettivamente le distanze, dallo specchio, di immagine e oggetto, prese positive o negative in base alle convenzioni stabilite dalla legge dei punti coniugati (Proprietà 3.3).

Dimostrazione. Per semplicità ci riferiamo al caso rappresentato nello schema seguente.



I due triangoli CAB e $CA'B'$ sono simili perché hanno entrambi un angolo retto e, inoltre, gli angoli \widehat{ACB} e $\widehat{A'CB'}$ sono uguali perché opposti al vertice. Quindi possiamo scrivere la proporzione

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{AC}}$$

nella quale: il membro di sinistra è $-G$, mentre il membro di destra è uguale a $\overline{A'V}/\overline{AV}$, cioè a q/p . Abbiamo quindi ottenuto la relazione $G = -q/p$. ■

PROBLEMI

3.1.1

Due specchi formano un angolo $\alpha = \dots$ come mostrato in figura. Un raggio luminoso incide sullo specchio S_1 ad un angolo $\beta_1 = \dots$ rispetto alla normale. Determinare la direzione del raggio dopo la riflessione dallo specchio S_2 .

